2020～2021学年高二寒假数学作业五不等式与逻辑答案

1解析：选B　a，b，c，d是非零实数，若$a<0$，$d<0$，$b>0$，$c>0$，且$ad=bc$，则a，b，c，d不成等比数列(可以假设$a=-2$，$d=-3$，$b=2$，$c=3$)．若a，b，c，d成等比数列，则由等比数列的性质可知$ad=bc$.所以“$ad=bc$”是“a，b，c，d成等比数列”的必要而不充分条件．

2解析：选C　若不等式$x^2-x+m>0$在R上恒成立，则$\Delta=(-1)^2-4m<0$，解得$m>\frac{1}{4}$，因此当不等式$x^2-x+m>0$在R上恒成立时，必有$m>0$，但当$m>0$时，不一定推出不等式在R上恒成立，故所求的必要不充分条件可以是$m>0$.

3解析　$f(x)=x+\frac{1}{x-2}=x-2+\frac{1}{x-2}+2$.

$\because x>2$，$\therefore x-2>0$.

$\therefore f(x)=x-2+\frac{1}{x-2}+2\geqslant 2\sqrt{(x-2)\cdot\frac{1}{x-2}}+2=4$，

当且仅当$x-2=\frac{1}{x-2}$，即$x=3$时，“＝”成立.

又$f(x)$在$x=a$处取最小值.$\therefore a=3$.

答案　C

4解析　由$a>0$，$b>0$，$\ln(a+b)=0$得$\begin{cases}a+b=1\\a>0\\b>0\end{cases}$.

故$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{ab}\geqslant\frac{1}{(\frac{a+b}{2})^2}=\frac{1}{(\frac{1}{2})^2}=4$.

当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时上式取“＝”.

5.答案：AC

解析：选项A显然正确；

选项B，$a=-2$，$b=-1$代入即可验证，不等式不成立，故B错误；

选项C，$2^a+2^b\geq 2\sqrt{2^a\cdot 2^b}=2\sqrt{2^{a+b}}=4$，当且仅当$a=b=1$时，取“＝”，故C正确；

选项D，$a=-1$，$b=\frac{1}{2}$满足$2^a+\frac{1}{b}>2^b+\frac{1}{a}$，不符合$a>b$，故D错误.

综上，选AC.

6.AD

7.解析：因为p是非p的否定，所以只需将全称量词变为特称量词，再对结论否定即可.

答案：$\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\sqrt{x_0}\leqslant x_0+1$

8.答案　9 解析　$(x^2+\frac{1}{y^2})(\frac{1}{x^2}+4y^2)=5+\frac{1}{x^2y^2}+4x^2y^2\geqslant 5+2\sqrt{\frac{1}{x^2y^2}\cdot 4x^2y^2}=9$，当且仅当 $x^2y^2=\frac{1}{2}$时“＝”成立.

9.答案　$\frac{9}{4}$解析　由题意得 $x-1>0$，$f(x)=x-1+\frac{p}{x-1}+1\geqslant 2\sqrt{p}+1$，当且仅当 $x=\sqrt{p}+1$时取等号，因为$f(x)$在$(1，+\infty)$上的最小值为 4，所以 $2\sqrt{p}+1=4$，解得 $p=\frac{9}{4}$.

10 答案　20

解析　设每次购买该种货物 x 吨，则需要购买$\frac{200}{x}$次，则一年的总运费为$\frac{200}{x}\times 2=\frac{400}{x}$，一年的总存储费用为 x，所以一年的总运费与总存储费用为$\frac{400}{x}+x\geqslant 2\sqrt{\frac{400}{x}\cdot x}=40$，当且仅当$\frac{400}{x}=x$，即 $x=20$ 时等号成立，故要使一年的总运费与总存储费用之和最小，每次应购买该种货物 20 吨.

11 解　(1)$y=2x-5x^2=x(2-5x)=\frac{1}{5}\cdot 5x\cdot(2-5x)$.$\because 0<x<\frac{2}{5}$，$\therefore 5x<2,2-5x>0$，

$\therefore 5x(2-5x)\leqslant(\frac{5x+2-5x}{2})^2=1$，$\therefore y\leqslant\frac{1}{5}$，当且仅当 $5x=2-5x$，即 $x=\frac{1}{5}$时，$y_{\max}=\frac{1}{5}$.

(2)$\because x>0$，$y>0$，且 $x+y=1$，

$\therefore \frac{8}{x}+\frac{2}{y}=(\frac{8}{x}+\frac{2}{y})(x+y)$

$=10+\frac{8y}{x}+\frac{2x}{y}\geqslant 10+2\sqrt{\frac{8y}{x}\cdot\frac{2x}{y}}=18$，

当且仅当$\frac{8y}{x}=\frac{2x}{y}$，即 $x=\frac{2}{3}$，$y=\frac{1}{3}$时等号成立，

$\therefore \frac{8}{x}+\frac{2}{y}$的最小值是 18.

12 解　(1)设污水处理池的宽为 x 米，则长为$\frac{162}{x}$米.

总造价 $f(x)=400\times(2x+\frac{2\times 162}{x})+248\times 2x+80\times 162$

$=1\,296x+\frac{1\,296\times 100}{x}+12\,960=1\,296(x+\frac{100}{x})+12\,960$

$\geqslant 1\,296\times 2\sqrt{x\cdot\frac{100}{x}}+12\,960=38\,880$(元)，

当且仅当 $x=\frac{100}{x}(x>0)$，即 $x=10$ 时取等号.

$\therefore$当污水处理池的长为 16.2 米，宽为 10 米时总造价最低，总造价最低为 38 880 元.

(2)由限制条件知$\begin{cases}0<x\leqslant 16\\0<\dfrac{162}{x}\leqslant 16,\end{cases}$ $\therefore\dfrac{81}{8}\leqslant x\leqslant 16.$

设 $g(x)=x+\dfrac{100}{x}(\dfrac{81}{8}\leqslant x\leqslant 16)$，

$g(x)$在$[\dfrac{81}{8}，16]$上是增函数，

$\therefore$当 $x=\dfrac{81}{8}$时(此时$\dfrac{162}{x}=16$)，

$g(x)$有最小值，即 $f(x)$有最小值，即为

$1\,296\times(\dfrac{81}{8}+\dfrac{800}{81})+12\,960=38\,882$(元).

$\therefore$当污水处理池的长为 16 米，宽为$\dfrac{81}{8}$米时总造价最低，总造价最低为 38 882 元.

13 解 (1)$xy=2x+y+6\geqslant 2\sqrt{2xy}+6$，令 $xy=t^2$，

可得 $t^2-2\sqrt{2}t-6\geqslant 0$，注意到 $t>0$，解得 $t\geqslant 3\sqrt{2}$，

故 xy 的最小值为 18.

(2)设 $x+1=t$，则 $x=t-1(t>0)$，

$\therefore y=\dfrac{(t-1)^2+7(t-1)+10}{t}$

$=t+\dfrac{4}{t}+5\geqslant 2\sqrt{t\cdot\dfrac{4}{t}}+5=9.$

当且仅当 $t=\dfrac{4}{t}$，即 $t=2$，且此时 $x=1$ 时，取等号，

$\therefore y_{\min}=9.$

14.解 (1)$W(t)=f(t)g(t)$

$=(4+\dfrac{1}{t})(120-|t-20|)$

$=\begin{cases}401+4t+\dfrac{100}{t}, & 1\leqslant t\leqslant 20,\\559+\dfrac{140}{t}-4t, & 20<t\leqslant 30.\end{cases}$

(2)当 $t\in[1,20]$时，$401+4t+\dfrac{100}{t}\geqslant 401+2\sqrt{4t\cdot\dfrac{100}{t}}=441$($t=5$ 时取最小值).

当 $t\in(20,30]$时，因为 $W(t)=559+\dfrac{140}{t}-4t$ 递减，

所以 $t=30$ 时，$W(t)$有最小值 $W(30)=443\dfrac{2}{3}$，

所以 $t\in[1,30]$时，$W(t)$的最小值为 441 万元.

2020～2021学年高二寒假数学作业六、数列答案解析

（时间：80分钟　总分：100分）

命制：刘敏　　审核：颜瑞生　　　　　　　　　　　　　　　2021年1月

1．C

∵$S_{奇数}=a_1+a_3+\cdots+a_{2n+1}=132$，$S_{偶数}=a_2+a_4+\cdots+a_{2n}=120$，

∴$S_{奇数}-S_{偶数}=a_{2n+1}-nd=a_{n+1}=12$，

∴$S_{2n+1}=S_{奇数}+S_{偶数}=252=\dfrac{(2n+1)(a_1+a_{2n+1})}{2}=(2n+1)a_{n+1}=12(2n+1)$解得$n=10$．故选：C．

2．A

因为$S_n=3^n+a$，所以$S_{n-1}=3^{n-1}+a(n\ge 2)$，所以$a_n=2\cdot 3^{n-1}(n\ge 2)$，且$S_1=a_1=3+a$，

所以$2\cdot 3^0=3+a$，所以$a=-1$，所以$a_n=2\cdot 3^{n-1}$，

因为$\dfrac{a_{n+1}^2}{a_n^2}=\left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right)^2=9$且$a_1^2=4$，所以$\{a_n{}^2\}$是首项为4公比为9的等比数列，

所以$\{a_n{}^2\}$的前n项和为：$\dfrac{4(1-9^n)}{1-9}=\dfrac{9^n-1}{2}$．故选：A．

3．C

由$a_n=\dfrac{S_n}{n}+2(n-1)(n\in N^*)$得$S_n=na_n-2n(n-1)$，

当$n\ge 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=na_n-(n-1)a_{n-1}-4(n-1)$，整理得$a_n-a_{n-1}=4$，

所以$\{a_n\}$是公差为4的等差数列，又$a_1=1$，

所以$a_n=4n-3(n\in N^*)$，从而$S_n+3n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}+3n=2n^2+2n=2n(n+1)$，

所以$\dfrac{1}{S_n+3n}=\dfrac{1}{2n(n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$，数列$\left\{\dfrac{1}{S_n+3n}\right\}$的前10项的和

$S=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{11}\right)=\dfrac{5}{11}$．故选$C$．

4．A

由题意可得 $a_7=\frac{S_{13}}{13}$，$b_3+b_{11}=2b_7=\frac{2T_{13}}{13}$，则 $\frac{a_7}{b_3+b_{11}}=\frac{S_{13}}{2T_{13}}=\frac{3\times13-t}{2\times\left(5\times13+3\right)}=\frac{1}{4}$，解得 $t=5$.故选：A.

5．ABCD

若 $S_3=S_{15}$ 可得 $a_4+a_5+\cdots+a_{15}=0$,即 $a_4+a_{15}=0$,则 $a_1+a_{18}=0$,所以

$S_{18}=\frac{18\left(a_1+a_{18}\right)}{2}=0$,故 A 正确；由 $a_4+a_{15}=0$ 可得 $a_9+a_{10}=0$,故 C 正确；

又 $a_1>0$,则 $d<0$,所以 $a_9>0$，$a_{10}<0$,所以 S_9 是 S_n 中的最大项,故 B 正确；

若 $S_9>S_{10}$,则 $S_{10}-S_9=a_{10}<0$,因为 $a_1>0$,所以 $d<0$,则 $a_{11}<0$,

所以 $S_{11}-S_{10}=a_{11}<0$,即 $S_{10}>S_{11}$,故 D 正确,故选:ABCD

6．BCD

解：由 $S_{n+1}=S_n+2a_n+1$ 即为 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=2a_n+1$，

可化为 $a_{n+1}+1=2(a_n+1)$，由 $\boldsymbol{S_1=a_1=1}$，可得数列 $\{a_n+1\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列，则 $a_n+1=2^n$，即 $a_n=2^n-1$，又 $\frac{2^n}{a_na_{n+1}}=\frac{2^n}{(2^n-1)(2^{n+1}-1)}=\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$，可得

$T_n=1-\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{2^2-1}-\frac{1}{2^3-1}+\ldots+\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}=1-\frac{1}{2^{n+1}-1}<1$，

故 A 错误，B，C，D 正确．故选：BCD．

7．2

方程 $x^2-5x+4=0$ 的两个根为 1 和 4，等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4a_4=a_2a_6=4$，$a_4^2=a_2a_6=4$，又 $a_4=a_2q^2>0$，所以 $a_4=2$.

8． 27

由等差中项的性质可得 $a_1+a_2+a_3=3a_2=39\Rightarrow a_2=13$，

同理 $a_4+a_5+a_6=3a_5=33\Rightarrow a_5=11$，

由于 a_2、a_5、a_8 成等差数列，所以 $2a_5=a_2+a_8$，则 $a_8=2a_5-a_2=2\times11-13=9$，

因此，$a_7+a_8+a_9=3a_8=27$.故答案为：27.

9．$\dfrac{12}{7}$

【解析】依题意，$a_1=\dfrac{6}{7}\left\langle 1,a_2=\dfrac{12}{7}\right\rangle 1,a_3=\dfrac{5}{7}\left\langle 1,a_4=\dfrac{10}{7}\right\rangle 1,a_5=\dfrac{3}{7}<1,a_6=\dfrac{6}{7}$，故数列的周期为$5$，故$a_{2017}=a_2=\dfrac{12}{7}$.

10．2

设等等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则$\begin{cases}S_3=3a_1+3d=6\\S_5=5a_1+10d=15\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=1\\d=1\end{cases}$，

所以，$S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)d}{2}=n+\dfrac{n(n-1)}{2}=\dfrac{n^2+n}{2}$，

所以，$\dfrac{2S_n+5}{n}=\dfrac{n^2+n+5}{n}=n+\dfrac{5}{n}+1\ge 2\sqrt{n\cdot\dfrac{5}{n}}+1=2\sqrt{5}+1$，

等号成立，当且仅当$n=\sqrt{5}$时，等号成立，但$\sqrt{5}\notin N^*$，

由双勾函数的单调性可知，当$n=2$或$n=3$时，$\dfrac{2S_n+5}{n}$取最小值，

当$n=2$时，$\dfrac{2S_2+5}{2}=2+\dfrac{5}{2}+1=\dfrac{11}{2}$；当$n=3$时，$\dfrac{2S_3+5}{2}=3+\dfrac{5}{3}+1=\dfrac{17}{3}$，

Q $\dfrac{17}{3}>\dfrac{11}{2}$，因此，当$n=2$时，$\dfrac{2S_n+5}{n}$取最小值，故答案为$2$.

11．（1）$a_n=2n+1$；（2）$T_n=\frac{(-1)^n-1}{2}+\frac{8}{3}(4^n-1)$

(1)由$S_n+1=a_n+n^2$①，得$S_{n+1}+1=a_{n+1}+(n+1)^2$②

则②－①得$a_n=2n+1$.当$a_1=3$时满足上式，所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n+1$.

(2)由(1)得$b_n=(-1)^n+2^{2n+1}$，

所以$T_n=b_1+b_2+\dots+b_n=[(-1)+(-1)^2+\dots+(-1)^n]+(2^3+2^5+\dots+2^{2n+1})$

$=\frac{(-1)\times[1-(-1)^n]}{1-(-1)}+\frac{2^3\times(1-4^n)}{1-4}=\frac{(-1)^n-1}{2}+\frac{8}{3}(4^n-1)$.

12．（1）$a_n=(-\dfrac{1}{2})^n$；（2）$m\ge\dfrac{1}{7}$.

试题解析：(1)设公比为q，∵对任意的$n\in N^*$，有S_n，S_{n+2}，S_{n+1}成等差数列，∴令$n=1$，S_1，S_3，S_2成等差数列，∴$2S_3=S_1+S_2$，∴$2a_1(1+q+q^2)=a_1(2+q)\Rightarrow q=-\dfrac{1}{2}$，又∵$a_1+a_4=a_1(1+q^3)=-\dfrac{7}{16}$，∴$a_n=a_1q^{n-1}=(-\dfrac{1}{2})^n$；(2)∵$b_n=n$，$a_n=(-\dfrac{1}{2})^n$，∴

$\dfrac{|b_n|}{|a_n|}=n\cdot 2^n$，$\therefore$ $T_n=1\cdot 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$，

$2T_n=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，两式相减，

$\therefore -T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$，$\therefore T_n=-(\dfrac{2-2^{n+1}}{1-2}-n\cdot 2^{n+1})=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$，

若 $(n-1)^2\le m(T_n-n-1)$ 对于 $n\ge 2$ 恒成立，则 $(n-1)^2\le m[(n-1)\cdot 2^{n+1}+2-n-1]$，

$(n-1)^2\le m(n-1)\cdot(2^{n+1}-1)$，$\therefore m\ge\dfrac{n-1}{2^{n+1}-1}$，令 $f(n)=\dfrac{n-1}{2^{n+1}-1}$，

$f(n+1)-f(n)=\dfrac{n}{2^{n+2}-1}-\dfrac{n-1}{2^{n+1}-1}=\dfrac{(2-n)\cdot 2^{n+1}-1}{(2^{n+2}-1)(2^{n+1}-1)}<0$，$\therefore f(n)$ 为在 $n\in N^*$ 上是减函数，

$\therefore f(n)\le f(2)=\dfrac{1}{7}$，$\therefore m\ge\dfrac{1}{7}$.

13.（1）$a_n=\dfrac{1}{2n-1}\left(n\in N^*\right)$；（2）$\dfrac{1}{4}\left[-1+\left(-1\right)^n\dfrac{1}{2n+1}\right]$.

（1）$\because a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+1}$，$\therefore\dfrac{1}{a_{n+1}}=2+\dfrac{1}{a_n}$，$\therefore\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2$ 又 $\dfrac{1}{a_1}=1$，$\therefore$数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是以 1 为首项，2 为公差的等差数列$\therefore\dfrac{1}{a_n}=2n-1$，$\therefore a_n=\dfrac{1}{2n-1}\left(n\in N^*\right)$.

（2）由（1）知，$b_n=\left(-1\right)^n\dfrac{n}{\left(2n-1\right)\left(2n+1\right)}=\dfrac{1}{4}\times\left(-1\right)^n\times\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)$

$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$

$=\dfrac{1}{4}\left[-\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}\right)-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{7}\right)+\cdots+\left(-1\right)^n\left(\dfrac{1}{2n-1}+\dfrac{1}{2n+1}\right)\right]$

$=\dfrac{1}{4}\left[-1+\left(-1\right)^n\dfrac{1}{2n+1}\right]$.

14.（1）证明过程见详解；（2）$a_n=n-2+\dfrac{3}{2^n}$；（3）存在实数 $\lambda=2$，使得数列$\left\{\dfrac{S_n+\lambda T_n}{n}\right\}$为等差数列.

（1）因为点$\left(n,2a_{n+1}-a_n\right)$在直线 $y=x$ 上，所以$2a_{n+1}-a_n=n$，因此$2a_{n+2}-a_{n+1}=n+1$

由$b_n=a_{n+1}-a_n-1$得$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{a_{n+2}-a_{n+1}-1}{a_{n+1}-a_n-1}=\dfrac{\dfrac{a_{n+1}+(n+1)}{2}-\dfrac{a_n+n}{2}-1}{a_{n+1}-a_n-1}$

$=\dfrac{\dfrac{a_{n+1}+(n+1)-a_n-n-2}{2}}{a_{n+1}-a_n-1}=\dfrac{\dfrac{a_{n+1}-a_n-1}{2}}{a_{n+1}-a_n-1}=\dfrac{1}{2}$所以数列$\{b_n\}$是以$\dfrac{1}{2}$为公比的等比数列；

（2）因为$a_1=\dfrac{1}{2}$，由$2a_2-a_1=1$得$a_2=\dfrac{3}{4}$，故$b_1=a_2-a_1-1=-\dfrac{3}{4}$，

由（1）得$b_n=b_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=-\dfrac{3}{4}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$，

所以$a_{n+1}-a_n-1=-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$，即$a_{n+1}-a_n=1-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$，

所以$a_2-a_1=1-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$，$a_3-a_2=1-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$，…，$a_n-a_{n-1}=1-3\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$，

以上各式相加得：$a_n-a_1=(n-1)-3\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\cdots\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right]$

$=n-1-3\times\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right]}{1-\dfrac{1}{2}}=n-1-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2^n}$所以$a_n=n-2+\dfrac{3}{2^n}$；

（3）存在λ=2，使数列$\left\{\dfrac{S_n+\lambda T_n}{n}\right\}$是等差数列．由（Ⅰ）、（Ⅱ）知，$a_n+2b_n=n-2$

∴ $S_n+2T_n=\dfrac{n(n+1)}{2}-2n\ \dfrac{S_n+\lambda T_n}{n}=\dfrac{\dfrac{n(n+1)}{2}-2n-2T_n+\lambda T_n}{n}=\dfrac{n-3}{2}+\dfrac{\lambda-2}{n}T_n$

又$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{-\dfrac{3}{4}\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}=-\dfrac{3}{2}\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2^{n+1}}$，

∴$\dfrac{S_n+\lambda T_n}{n}=\dfrac{n-3}{2}+\dfrac{\lambda-2}{n}\left(-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2^{n+1}}\right)$，∴当且仅当λ=2时，数列$\left\{\dfrac{S_n+\lambda T_n}{n}\right\}$是等差数列．

2020～2021学年高二寒假数学作业九、 复数(答案)

（时间：80分钟 总分：100分）

命制：葛志平 审核：张敏 2021年1月

1.【答案】D 由已知$\begin{cases}a^2-1=0\\a+1\neq 0\end{cases}$，解得$a=1$，故$z=2i$，其虚部为$2$， 故选：D.

2.【答案】A 由题意得$z=a+\dfrac{a+i}{3-i}=a+\dfrac{(a+i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=\dfrac{13a-1}{10}+\dfrac{(a+3)i}{10}$，

$\therefore \bar{z}=\dfrac{13a-1}{10}-\dfrac{(a+3)i}{10}$，又复数$z$的共轭复数的虚部为$-\dfrac{1}{2}$，$\therefore \dfrac{a+3}{10}=\dfrac{1}{2}$，解得$a=2$.

$\therefore z=\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{2}i$，$\therefore$复数$z$在复平面内对应的点位于第一象限．故选A.

3.【答案】C 由复数的几何意义可得，复数$z_1=2+i$对应的点为$(2,1)$，复数

$z_2=\cos\alpha+i\sin\alpha$对应的点为$(\cos\alpha,\sin\alpha)$，所以

$|z_1-z_2|=\sqrt{(2-\cos\alpha)^2+(1-\sin\alpha)^2}=\sqrt{1-2\sin\alpha+4-4cos\alpha+1}=\sqrt{6-2\sqrt{5}sin(\alpha+\varphi)}\le\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\sqrt{5}+1$

，其中$\tan\varphi=2$， 故选C

4.【答案】B 解：设$S=2i+3i^2+4i^3+\cdots+2020i^{2019}$，

可得：$iS=0+2i^2+3i^3+4i^4+\cdots+2019i^{2019}+2020i^{2020}$，

则$(1-i)S=2i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2019}-2020i^{2020}$，

$(1-i)S=i+i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2019}-2020i^{2020}=i+\dfrac{i(1-i^{2019})}{1-i}-2020i^{2020}$，

可得：$(1-i)S=i+\dfrac{i(1+i)}{1-i}-2020=i+\dfrac{i(1+i)^2}{2}-2020=-2021+i$，

可得：$S=\dfrac{-2021+i}{1-i}=\dfrac{(-2021+i)(1+i)}{2}=-1011-1010i$， 故选：B.

5.【答案】ABC

【解析】设$z=a+bi$（a、$b\in R$），则$(a+bi)\cdot(2+i)=(a-bi)\cdot(1-i)+1$，

化简得$(2a-b)+(a+2b)i=(a-b+1)+(a+b)i$，根据对应相等得：$\begin{cases}2a-b=a-b+1\\a+2b=a+b\end{cases}$，

解得$a=1$，$b=0$，$\therefore z=1$，$|z|=1$，复数z对应的复平面上的点在实轴上， 故选ABC。

6.【答案】BC

【解析】A选项，$z=i$，$z^2=-1\in R$，$z\notin R$，则A是假命题，

具体做：设$z=a+bi$（a、$b\in R$），则$z^2=a^2-b^2+(2ab)i$，则$a=0$或$b=0$，

当$a=0$、$b\neq 0$时z为纯虚数，当$b=0$、$a\in R$时z为纯实数，

B选项，一个数的平方小于0，则这个数一定是虚数，而且还是纯虚数，则B是真命题，

具体做：设$z=a+bi$（a、$b\in R$），则$z^2=a^2-b^2+(2ab)i<0$，则$a^2-b^2<0$且$2ab=0$，

则$a=0$时$-b^2<0$可取，则$b=0$时$a^2<0$不可取， $a=0$，$b\neq 0$，$z=bi$，z为纯虚数，

C选项，$\frac{1}{z}\in R$，则$\frac{\overline{z}}{z\cdot\overline{z}}\in R$，又$z\cdot\overline{z}\in R$恒成立，$\therefore \overline{z}\in R$，$\therefore z\in R$，则C是真命题，

具体做：设$z=a+bi$（a、$b\in R$），则$\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}\in R$，

则$a\neq 0$且$b=0$，则$z=a\in R$，

D选项，$z_1=1$、$z_2=2$，$z_1\cdot z_2=2\in R$，$z_1\neq z_2$，则D是假命题，

具体做：设$z_1=a_1+b_1i$（a_1、$b_1\in R$），$z_2=a_2+b_2i$（a_2、$b_2\in R$），

则$z_1\cdot z_2=(a_1+b_1i)\cdot(a_2+b_2i)=a_1\cdot a_2+(a_1\cdot b_2+a_2\cdot b_1)i-b_1\cdot b_2\in R$，

则$a_1\cdot b_2+a_2\cdot b_1=0$，解有很多种可能，当$b_1=0$且$b_2=0$时符合条件，

此时$a_1\in R$、$a_2\in R$，$z_1=a_1$、$z_2=a_2$，$z_1=z_2$不一定成立， 故选BC。

7.【答案】I 由$\left(1+i\right)z=1-i$，得$z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{\left(1-i\right)^2}{\left(1+i\right)\left(1-i\right)}=-i$，

则$\overline{z}=i$. 故答案为：i.

8.【答案】$8+2\sqrt{7}$

因为复数$z_1=a+\sqrt{3}\mathrm{i}$与$z_2=2+b\mathrm{i}$互为“邻位复数”，所以$\left|a+\sqrt{3}\mathrm{i}-2-b\mathrm{i}\right|=1$，故

$\left(a-2\right)^2+\left(\sqrt{3}-b\right)^2=1$，

点$\left(a,b\right)$在圆$\left(x-2\right)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=1$上，而$\sqrt{a^2+b^2}$表示点$\left(a,b\right)$到原点的距离，

故a^2+b^2的最大值为原点到圆心的距离加半径，即

$\left(\sqrt{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}+1\right)^2=\left(1+\sqrt{7}\right)^2=8+2\sqrt{7}$. 故答案为：$8+2\sqrt{7}$

9.【答案】$-2-i$ 由题图可知，$z_1=-1+2i$，由$\frac{z_2}{z_1}=i$，得$z_2=z_1i=\left(-1+2i\right)i=-2-i$.

故答案为：$-2-i$.

10.【答案】38； 假设另外一个根为z，$2i-3$是方程$2x^2+px+q=0\left(p,q\in R\right)$的一个根，则

$\begin{cases}2i-3+z=-\dfrac{p}{2} \\ (2i-3)z=\dfrac{q}{2}\end{cases}$ ① 由 $p,q\in R$，可知 z 是 $2i-3$ 的共轭复数，所以 $z=-3-2i$

②

把②代入①可知 $\begin{cases}p=12 \\ q=26\end{cases}$ 所以 $p+q=38$ 故答案为：38

11.【答案】(1) $z=1+i$ 或 $z=-1-\mathrm{i}$.;（2）1.

（1）设 $z=a+bi(a,b\in R)$，则 $\overline{z}=a-bi$，即有 $z\cdot\overline{z}=a^2+b^2=2,z^2=a^2-b^2+2abi$.

由 z^2 的虚部为 2，有 $2ab=2$.

$\therefore\begin{cases}a=1 \\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1 \\ b=-1\end{cases}$ 即 $z=1+i$ 或 $z=-1-\mathrm{i}$.

（2）当 $z=1+i$ 时，$z^2=(1+i)^2=2i,z-z^2=1-i$.

$\therefore$ 点 $A(1,1),B(0,2),C(1,-1)$，知：$|AC|=2$ 且 B 到 AC 的距离为 1；

$\therefore \mathrm{S}_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|AC|\times1=\dfrac{1}{2}\times2\times1=1$.

当 $z=-1-\mathrm{i}$ 时，$z^2=(-1-i)^2=2i,z-z^2=-1-3i$.

$\therefore$ 点 $A(-1,-1),B(0,2),C(-1,-3)$，知：$|AC|=2$ 且 B 到 AC 的距离为 1；

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|AC|\times1=\dfrac{1}{2}\times2\times1=1$. $\therefore\triangle ABC$ 的面积为 1.

12.【答案】(1) $\therefore z=1+i$；（2）$\sqrt{2}-1$

解：（1）由 $z=1+mi$（$m\in R$），

得 $(1-i)z=(1-i)(1+mi)=(1+m)+(m-1)i$，$\because(1-i)z$ 为实数，

$\therefore m-1=0$，$\therefore m=1$.$\therefore z=1+i$

（2）设 $z_1=x+yi$（x，$y\in R$），$\overline{z}=1-i$，$\because\left|z_1-\overline{z}\right|=1$，

$\therefore\left|(x+yi)-(1-i)\right|=1$，即 $\left|(x-1)+(y+1)i\right|=1$，

$\therefore(x-1)^2+(y+1)^2=1$，

即复数 z_1 在复平面内对应的点的轨迹是以 $(1,-1)$ 为圆心，以 1 为半径的圆.

$\therefore\left|z_1\right|$ 的最小值为 $\sqrt{1^2+(-1)^2}-1=\sqrt{2}-1$.

13.【答案】(1) $m\neq1$ 且 $m\neq2$；（2）$m=-\dfrac{1}{2}$；（3）$m=0$，或 $m=2$.

（1） $z=\left(2+i\right)m^2-3m\left(1+i\right)-2\left(1-i\right)=2m^2-3m-2+(m^2-3m+2)i$ ，

$\because m\in R,\therefore 2m^2-3m-2,m^2-3m+2\in R$ ，

当复数 z 为虚数时， $m^2-3m+2\neq 0,m\neq 1$ 且 $m\neq 2$ ，

所以实数 $m\neq 1$ 且 $m\neq 2$ 时，复数 z 为虚数；

（2）当复数 z 为纯虚数时， $\begin{cases}2m^2-3m-2=0\\ m^2-3m+2\neq 0\end{cases}$ ，解得 $m=-\dfrac{1}{2}$ ，

所以当 $m=-\dfrac{1}{2}$ 时，复数 z 为纯虚数；

（3）当复数 z 对应的点在复平面内第二、四象限角平分线上时，

$2m^2-3m-2+m^2-3m+2=3m^2-6m=0$ ，

解得 $m=0$ ，或 $m=2$ ，所以 $m=0$ ，或 $m=2$ 时，

复数 z 对应的点在复平面内第二、四象限角平分线上

14.【答案】（1） $[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}]$ ；（2）略

【详解】(1)解:设 $z_1=a+bi\left(a,b\in R,b\neq 0\right)$. 则

$z_2=a+bi+\dfrac{1}{a+bi}=a+\dfrac{a}{a^2+b^2}+\left(b-\dfrac{b}{a^2+b^2}\right)i$,

因为 $z_2\in R$. 所以 $b-\dfrac{b}{a^2+b^2}=0$ ，又 $b\neq 0$ ，所以 $a^2+b^2=1$. 所以 $\left|z_1\right|=1$.

所以 $z_2=a+bi+\dfrac{1}{a+bi}=a+\dfrac{a}{a^2+b^2}+\left(b-\dfrac{b}{a^2+b^2}\right)i=2a$,

又 $\left|z_2\right|\leq 1$, 即 $2a\leq 1$. 解得 $-\dfrac{1}{2}\leq \mathrm{a}\leq \dfrac{1}{2}$.

所以 z_1 的实部的取值范围的取值范围为 $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$.

(2)证明: $\omega=\dfrac{1-z_1}{1+z_1}=\dfrac{1-a-bi}{1+a+bi}=\dfrac{1-a^2-b^2-2bi}{\left(1+a\right)^2+b^2}=-\dfrac{b}{1+a}i$,

因为 $b\neq 0$. 所以 $-\dfrac{b}{1+a}\neq 0$ 所以 ω 为纯虚数.